Université IBN TOFAÏL
Ecole Nationale
Des Sciences Appliquées
Département
De Mathématique
-Kénitra-

Semestre 3
Fontions de Plusieurs Variables
Automne 2018
Série N°2
Pr. Ch. Bensouda

Exercice 1:

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes

$$\begin{array}{ll} f(x,y) = \left(x^2 - y^2\right)^{-\frac{1}{2}} & ; \; f(x,y) = \sqrt{4x^2 + 9y^2 - 36} \\ f(x,y) = \log(1 + xy) & ; \; f(x,y) = \arcsin(x+y) \\ f(x,y,z) = \frac{xyz}{x^2+y^2+z^2} & ; \; f(x,y,z) = \frac{1}{xy+xz+yz} \end{array} .$$

****

Exercice 2:

- Donner l'allure du graphe des champs scalaires

$$\begin{array}{ll} f(x,y) = x & ; \; f(x,y) = (6 - x - 2y) \\ f(x,y) = y^2 & ; \; f(x,y) = \left(4 - x^2 - y^2\right) \\ f(x,y) = \left(c\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}\right) & ; \; f(x,y) = \left(x^2 + y^2\right) \end{array} .$$

****

Exercice 3:

- Représenter quelques courbes de niveaux des champs scalaires

$$\begin{array}{ll} f(x,y) = (x - y) & ; \; u(x,y) = (xy) \\ g(x,y) = \left(\frac{x^2}{y}\right) & ; \; v(x,y) = \left(xe^{-y}\right) \\ h(x,y) = \sin(x+y) & ; \; w(x,y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \\ k(x,y) = x & ; \; z(x,y) = y \end{array}$$

****

Exercice 4:

Etudier les limites des champs scalaires aux points indiqués

$$f(x,y) = (xy + x^2) \text{ en } (2,-1) \quad ; \quad u(x,y) = \left(\tfrac{\sin(x-y)}{x^2+y^2}\right) \text{ en } (0,0)$$

$$g(x,y) = \left(\tfrac{\sin(xy)}{x^2+y^2}\right) \text{ en } (0,0) \quad ; \quad v(x,y) = \left((xyz)\log\left(x^2+y^2+z^2\right)\right) \text{ en } (0,0,0)$$

$$h(x,y,z) = \left(\tfrac{x^2y^2}{x^2+y^4}\right) \text{ en } (0,0) \quad ; \quad w(x,y,z) = \left(\tfrac{\sin(xyz)}{\cos(x+y+z)}\right) \text{ en } (0,0,0)$$

****

Exercice 5:

Donner le prolongement par continuité des champs suivants et préciser le domaine de celui-ci.

$$f(x,y) = \left(\tfrac{x^2+y^2-x^3y^3}{x^2+y^2}\right)$$

$$g(x,y) = \arctan\left(\tfrac{x-2y+1}{y-2x+1}\right)$$

$$h(x,y,z) = \left((y-x)\log|y-x| - \log|z|\right)$$

$$k(x,y) = \left(x^2+y^2\right)^x.$$

****

Exercice 6:

On considère f le champ scalaire donné par

$$f(x,y) = \arctan\left(\frac{x-2y+1}{y-2x+1}\right).$$

1- Déterminer D_f le domaine de définition du champ f.

2- Montrer que le champ f ne peut être prolongée par continuité en aucun point $(a,b) \notin D_f$.